RESISTENCIA DE LOS PILOTES

En una conversación sobre los pilotajes que tan frecuentemente se aplican en las construcciones de toda clase, en el terreno blando y muchas veces movedizo de Holanda, varios compañeros me manifestaron el deseo de conocer las fórmulas que se usan allá para determinar la resistencia de los pilotes de madera contra una carga vertical. Creo satisfacer á su deseo y tal vez al de algunos otros, reproduciendo aquí una lección dada en mi curso de construcciones hidráulicas que hice en la Universidad en una época en que no se habían abierto todavía las clases especiales de construcciones generales y de cimientos que actualmente figuran en el programa de los estudios para ingenieros civiles.

Las fórmulas que se desarrollarán aquí brevemente no son sino una simple aplicación de los teoremas del choque y que, entre otros, se encuentran publicadas por Weisbach en «Ingenieur-und Maschinen-Mechank» y por Schols en «De Waterbomokunde», de donde copiaremos un ejemplo de aplicación.

Se determina la sección transversal de un pilote dividiendo la presión que vendrá encima, por la carga que se puede admitir por unidad de superficie ó sea unos 15 hasta 35 y 50 kilogramos por centímetro cuadrado. Pero no basta que los pilotes tengan una sección suficiente, necesitan también encontrar una resistencia suficiente en el suelo. Esta resistencia puede deducirse de la supresión que sufre el pilote por efecto del último golpe del pistón ó de la masa del martinete.

Sea G_1 el peso de la masa del martinete, que caiga de una altura h, de modo que tenga una velocidad $c = \sqrt{2gh}$ cuando venga en contacto con el pilote cuyo peso suponemos sea G_2. Si el choque es inelástico tendremos—por no cambiarse la cantidad de movimiento—para la velocidad común después del choque:

$$v = c\frac{G_1}{G_1 + G_2}$$

El trabajo $h\,G_1$, producido por el pistón, se pierde parcialmente en la compresión de ambos cuerpos chocantes, de modo que tenemos después del choque solamente la fuerza viva del conjunto de la masa y del pilote para vencer la resistencia que encuentra el pilote en el suelo. El valor de esta fuerza viva es:

$$\frac{1}{2}.\frac{G_1 + G_2}{g} v^2 = h\,\frac{G_1^2}{G_1 + G_2}$$

Si llamamos W la resistencia del suelo y s la depresión causada por el último golpe del martinete, tenemos entonces la relación:

$$W\,s = h\,\frac{G_1^2}{G_1 + G_2}$$

de donde se sacan las fórmulas

$$(1) \qquad W = \frac{h}{s} \cdot \frac{G_1^2}{G_1 + G_2}$$

$$(2) \qquad s = \frac{h}{W} \cdot \frac{G_1^2}{G_1 + G_2}$$

que sirven respectivamente para determinar la resistencia del pilote cuando se conoce el valor de s ó para determinar previamente el valor de la depresión con que se obtiene una resistencia exigida.

Las fórmulas (1) y (2) son las que se encuentran desarrolladas en diversas obras sea de mecánica, sea de construcciones, (*) pero ellas no bastan en general para determinar la relación entre la resistencia y la depresión por efecto del último golpe del martinete; solamente son aplicables cuando W no sobrepase un valor determinado ó cuando s no sea menor que cierto límite.

¿Qué sucede cuando la fuerza viva del conjunto de martinete y pilote no venza la resistencia?

Claro es que el pilote solamente puede penetrar en el suelo cuando la presión ejercida por la masa sobre el pilote, en el momento en que ambos tengan la misma volocidad, sobrepase la resistencia. Calculamos esta presión que puede deducirse fácilmente del trabajo que se pierde durante el choque en la compresión del pistón y del pilote. El valor de este trabajo perdido es:

$$h\,G_1 - h\,\frac{G_1^2}{G_1+G_2} = h\,\frac{G_1\,G_2}{G_1+G_2}$$

Si Q es la presión que buscamos y si designamos por l_1, E_1 y F_1 respectivamente el largo, el módulo de elasticidad y la sección transversal del pilote, su compresión será:

$$\frac{Q\,l_1}{E_1\,F_1} = \frac{Q}{H_1}$$

poniendo, para simplificar las expresiones, $\frac{E_1\,F_1}{l_1} = H_1$

Al mismo tiempo el pistón sufrirá una compresión

$$\frac{Q\,l_2}{E_2\,F_2} = \frac{Q}{H_2}$$

(*) Véase entre otras: Fernández Frías.

donde l_2, E_2, F_2 y H_2 tienen un valor análogo.

La compresión total es entonces:

$$\frac{Q}{H_2} + \frac{Q}{H_2} = Q\,\frac{H_1 + H_2}{H_1 \,.\, H_2}$$

y la presión entre pistón y pilote crece durante el choque paulatinamente de cero hasta alcanzar el valor Q, el trabajo que se necesita para efectuar esta compresión es:

$$\tfrac{1}{2}\,Q_r\,\frac{H_1 + H_2}{H_1 \,.\, H_2}$$

Así tendremos la telación:

$$h\,\frac{G_1\,G_2}{G_1 + G_2} = \tfrac{1}{2}\,Q^2\,\frac{H_1 + H_2}{H_1\,H_2}$$

de lo que sigue para la presión entre pistón i pilote al fin del choque;

$$(3) \qquad Q = \sqrt{2\,h\,\frac{G_1\,G_2}{G_1 + G_2} \cdot \frac{H_1\,H_2}{H_1 + H_2}}$$

Si Q alcanza justamente á ser igual á la resistencia W, la depresión correspondiente r será la que se obtiene sustituyendo, en la fórmula (2), W por el valor de Q, ó sea:

$$(4) \qquad r = \frac{G_1}{G_2}\sqrt{\tfrac{1}{2}\,h\,\frac{G_1\,G_2}{G_1 + G_2} \cdot \frac{H_1 + H_3}{H_1\,H_3}}$$

Las fórmulas (1) y (2) son, pues, válidas solamente cuando $s > r$ ó $W < Q$.

Si W es mayor que Q, la compresión del pistón y pilote va siguiendo hasta que la presión entre ambos cuerpos alcance el valor W. Esta mayor compresión necesita otra porción de trabajo, que subirá pues á

$$\tfrac{1}{2}\,W^2\,\frac{H_1 + H_2}{H_1\,H_2}$$

de modo que del trabajo original del pistón ó sea $h\,G_1$, no resta más disponible para la depresión del pilote, sino

$$h\,G_1 - \tfrac{1}{2}\,W^2\,\frac{H_1 + H_2}{H_1 + H_2}$$

Poniendo este valor igual al trabajo W s, producido por la resistencia, se obteniene:

$$W\,s = h\,G_1 - \tfrac{1}{2}\,W_2\,\frac{H_1 + H_3}{H_1\,H_3}{}^3,\ \text{lo que dá:}$$

$$(5)\qquad W = \frac{H_1\,H_2}{H_1 + H_2}\left[\sqrt{2\,h\,G_1\,\frac{H_1 + H}{H_1\,H_3}{}^3 + s^2} \;-s\right]$$

fórmula que sirve para calcular la resisteucia, conociéndose la depresión; y

$$(6)\qquad s = \frac{h\,G_1}{W} - W\,\frac{H_1 + H_2}{2\,H_1\,.\,H_2},$$

fórmula que sirve para calcular la depresión que corresponde con una resistencia deseada.

La fórmula (5) reemplazará entonces á la fórmula (1) cuando depresión s es inferior al valor límite r de la fórmula (4); del mismo modo la fórmula (6) reemplazará á (2) cuando la resistencia que se exige es superior al valor límite Q de la fórmula (3).

Es claro que la compresión del pilote y del pistón no puede durar más que hasta que todo el trabajo disponible esté usado y puede suceder que la presión que había en este momento entre el pilote y el pistón no alcance á la resistencia. La fórmula (6) será entonces solamente aplicable cuando la resistencia exigida no alcance el valor Q que se saca de la ecuación

$$h\,G_1 - \tfrac{1}{2}Q_1{}^2\,\frac{H_1 + H_2}{H_1\,H_2} = 0$$

ó sea

$$(7) \qquad Q_1 = \sqrt{2\, h\, G_1 \frac{H_1 \cdot H_E}{H_1 + H_E}}$$

Si la resistencia es superior á Q_1, no será posible mover el pilote con la masa G_1 que cae de una altura h y se debe aumentar uno de estos valores ó ambos.

Hemos supuesto el choque entre pistón y pilote completamente inelástico, lo que en realidad no será el caso. Si se consideran los casos que se presentan entre el choque completamente inelástico y el completamente elástico, las fórmulas (5) y (6) quedarán las mismas y solamente para (1) y (2) se encontrarán otras algo más complicadas, pero que dán valores que varían poco de los de las fórmulas (1) y (2) mientras que el error que se comete por reemplazar dichos valores por los de las fórmulas (1) y (2) son siempre en el buen sentido, es decir, que se estima la resistencia siempre un poco demasiado baja, lo que por supuesto no tiene inconveniente.

Recapitulando tenemos entonces las fórmulas (1) hasta (7).

Para deducir el valor de la resistencia del pilote (W) de la depresión (s), efectuada por el último golpe, se debe calcular primero el valor de r de la fórmula (3). Si $s > r$ la fórmula (1) dá la resistencia de pilote y si $s < r$ la fórmula (5) la dá.

Cuando en cambio se quiere determinar previamente la depresión admisible por efecto del último golpe, para que pueda resistir el pilote á una carga dada, se debe calcular primeramente los límites Q y Q_1 de las fórmulas (3) y (7). Si $W < Q$. se debe aplicar la fórmula (2); si $W > Q$ y $< Q_1$ la fórmula (6); en fin, si $W > Q$, no se puede obtener la resistencia deseada á no ser que se aumente el peso ó la altura del golpe de la masa del martinete.

Ahora una aplicación. Supongamos pilotes de 30 c. M. de diámetro, teniendo pues una sección $F_3 = 707$ c. M^2; sea su argo 10 M. ó $l_2 = 1000$ c. M. y el peso específico de la madera $g_2 = 0{,}6$, de modo que el peso $G_2 = 424$ Kg. Si el módulo de elasticidad es $E^2 = 110000$, tenemos:

$$H_2 = \frac{E_2 F_2}{l} = 77754.$$

Sea la masa del martinete de madera, que tenga un peso específico $g = 0{,}8$; sea su largo $l_1 = 150$ c. M. y su sección cuadrada 2500 c. M². Sea $E_2 = E_1 = 110000$. Tendremos entonces $G_1 = 300$ Kg. y $H_1 = \frac{E_1 F_1}{l_1} = 1833333.$

Sea por último la altura del golpe $h = 130$ c. M.

Calculemos ahora cuál depresión máxima por efecto del último golpe se debe exigir cuando el pilote ha de soportar una carga vertical de 10800 Kg. Observemos entre paréntesis que en la práctica se exige á menudo que la resistencia del pilote sea el séxtuplo de dicha carga y determinemos pues la depresión, correspondiente á una resistencia de 6×10800 Kg.$=64800$ Kg.

Las fórmulas (3) y (7) nos dan respectivamente: $Q=58372$ y $Q_1 = 76276$, de modo que tendremos que aplicar la fórmula (6) en el caso que nos ocupa. La sustitución de $W = 64800$ en esta fórmula dá $S = 0{,}168$. La depresión de un solo golpe sería por supuesto demasiado pequeña para poder medirla con exactitud suficiente y se medirá por eso la depresión causada por una série de 20 ó 30 golpes de seguida, suponiendo la depresión uniforme durante este tiempo. El pilote para resistir á la fuerza de 64800 Kg. no debe entonces haber bajado más de $20 \times 0{,}168$ c. M.$=3{,}36$ c. M. en la última série de 20 golpes. Si todavía la depresión ha sido mayor el martinete debe seguir su trabajo hasta obtener dicho resultado.

Si la carga que venga encima del pilote no fuera más de 6700 Kg. y se exigiera una resistencia de $6 \times 6700 = 40260$ Kg., se tendría que aplicar la fórmula (2) que daría $s = 0{,}402$ c. M. ó

20 × 0,402 c. M. = 8,04 c. M. para la depresión admisibles por causa de la última série de 20 golpes.

En cambio, para calcular la resistencia cuando se conoce la depresión, se saca primeramente el valor de r de la fórmula (4), para saber cuál de las dos fórmulas (1) ó (5) se ha de aplicar. Para nuestro martinete y pilote encontramos r = 0,277 c. M. Así para depresiones de respectivamente 0,0 c. M., 0,1 c. M. ó 0,2 c. M. la fórmula (5) dá la resistencia y para valores de s > r = 0,277 como depresiones iguales á 0,3 c. M., 0,4 c. M., etc., la fórmula (1) la dá. El ejemplo que nos ocupa dá los valores siguientes:

S		W	
0,0	c. M.	76276	Rg. (*)
0,1	»	60181	»
0,2	»	62803	»
0,277	»	58372	» (**)
0,3	»	53867	»
0,4	»	40401	»
0,5	»	32320	»
0,6	»	26934	»
0,7	»	23686	»
0,8	»	20200	»
0,9	»	17956	»
1,0	»	16160	»

JACOBO KRAUS.

(*) Valor de Q_1 de la fórmula (7).

(**) Valor de Q de la fórmula (3).