TOMO VII 15 de Marzo Núm. 50

ANALES DEL INSTITUTO DE INGENIEROS

LAS LEYES MECANICAS DE LOS LIQUIDOS TURBIOS

I DE LOS GASES NEBULOSOS

Pertenecen los líquidos turbios al grupo de materiales complejos que no inspiraron simpatías a los investigadores de la verdad, i que por conveniencia o por costumbre nos apresuramos a someter al análisis mediante decantaciones, empleando la filtracion o por diferentes artificios, ya para utilizar el líquido, ya para el aprovechamiento del sólido, i tambien, en ciertos casos, para servirnos de uno i de otro.

No dejará de causar sorpresa el ver demostrado que la mecánica de estas sustancias desordenadas, revueltas i mal definidas, está sujeta a un solo principio, a una sola lei, pudiéndose afirmar que de la esperimentacion con materiales confusos i opacos surje la claridad i la sencillez.

Mas si bien estas cualidades son propias de la lei fundamental, tuvo que hacerse un largo i continuado trabajo para conseguirlas en los esperimentos demostrativos i didácticos, pues las mezclas que se manejan se prestan poco a la produccion de fenómenos brillantes, que son los preferidos en una leccion de curso, i ha habido realmente que luchar con las particulares condiciones de estos fluidos, con las mas densas nebulosidades.

Temeríamos ofender la ilustracion de los lectores a quienes esta reseña va destinada, si nos esforzásemos en demostrar la importancia del estudio a que se refiere. Abundan, ciertamente, en la naturaleza los líquidos claros, o los fluidos limpios en jeneral, porque la gravedad, mediante un prolongado reposo, rea-

liza la separacion de los materiales estraños mas o ménos densos que pudieron contener, o porque la industria los ha eliminado por medios bien conocidos. Pero casi siempre que los fluidos esperimentan cambios mecánicos, físicos o químicos, como ocurre en algunos grandes fenómenos de la atmósfera i de los mares, en los organismos vivos, en las combustiones, en las fermentaciones, etc., aparecen nebulocidades, enturbiamientos, células, humos, espumas, i su estudio físico es interesante tanto en su aspecto especulativo como por sus estensas i jenerales aplicaciones.

LEI DE LOS LÍQUIDOS TURBIOS.—*La mezcla, homojénea suficientemente fluida, de un líquido i un sólido pulverulento, funciona mecánicamente como un líquido claro de densidad igual al cociente de la division de la suma de las masas de las sustancias que constituyen el líquido turbio, por la suma de los volúmenes de las mismas.*

Esta lei se cumple tanto mas exactamente cuanto mas pequeñas son las partículas sólidas que orijinan el enturbiamiento.

Se aplica tambien a los líquidos turbios de cualquier especie, incluyendo los que se producen por la interposicion de gotículas de otro líquido no difusible (emulsiones) o de burbujillas de gas (líquidos espumosos). Pero su demostracion i comprobacion se realiza mejor si los enturbiamientos son debidos a partículas mui pequeñas, de peso i volúmen inalterables, es decir a partículas sólidas.

PREPARACION DE LÍQUIDOS TURBIOS DEFINIDOS I DEMOSTRACION DE LA LEI.—Son líquidos turbios definidos, segun la lei enunciada, aquellos de que se conoce la densidad media, o el cociente de dividir su peso total por su total volúmen. Entre los varios métodos que pueden emplearse para poder llegar a este resultado, deben sin duda preferirse los mas directos. Con un frasco tarado alto i estrecho en el que se marcó un cierto volúmen, los 200, centímetros cúbicos por ejemplo, se logra con

bastante exactitud (1), por una pesada en la balanza, saber la densidad media de la mezcla de un líquido i un polvo sólido: divídase por 200 el peso del contenido i se tendrá el resultado que se busca. Mas para la sencillez i facilidad de las demostraciones conviene obtener una série de líquidos turbios cuyas densidades medias formen escala con la del agua i sean 1'1, 1'2, 1'3. Esto se consigue haciendo varias pesadas al preparar cada líquido, mediante tanteos, (2) añadiendo o quitando polvo, hasta que un determinado volúmen, los 200 centímetros cúbicos del ejemplo, pasen a 220, 240, 260 gramos, números que divididos por 200 dan respectivamente 1'1, 1'2, 1'3. (3)

---

(1) Exactitud que alcanza a la segunda cifra decimal.

(2) Sin necesidad de tanteos, conociendo las densidades del líquido i del sólido que han de constituir la mezcla de una densidad media determinada, se averigua la proporcion de los pesos, por una fórmula sencilla.

Llamemos P, V i D al peso, al volúmen i a la densidad de uno de las sustancias; P', V' i D' al peso, al volúmen i a la densidad de la otra; i D'' a la densidad media que se desea conseguir.

Por las relaciones conocidas entre estas cantidades, tendremos las igualdades:

$$V+V'=\frac{P+P'}{D''} \quad \text{i} \quad V+V'=\frac{P}{D}+\frac{P'}{D'}$$

de las que resulta:

$$\frac{P}{D}+\frac{P'}{D'}=\frac{P+P'}{D''}$$

que trasformada, espresa con cierta sencillez la relacion entre los pesos cuando se conocen las densidades:

$$\frac{P}{P}=\frac{D}{D'}\times\frac{D'-D''}{D''-D}$$

(3) Si se emplean polvos comerciales como el sulfato bárico, el minio, el amarillo de cromo, el albayalde, etc., conviene desechar las partículas mas gruesas, que se depositan mui pronto, i utilizar el líquido turbio que resulta por decantacion.

Con los líquidos turbios definidos puede demostrarse la lei realizando variados esperimentos, entre los que se elejirán, como mas didácticos, i convincentes, el de los vasos comunicantes i el del densímetro. Pruébase en el primero la lei midiendo la presion que sobre el interior de la basija en que están contenidos ejercen los líquidos enturbiados; i demuéstrasé tambien con el segundo apreciando el valor de la resultante del conjunto de presiones que sobre un sólido voluminoso sumerjido ejercen estos materiales.

Esperimento con los vasos comunicantes.—Efectúase con el aparato que representa la figura, que consta de dos tubos anchos unidos por otro estrecho provisto de una llave, i de una escala vertical divida en centímetros i milímetros, que comienza *en el eje del orificio de la llave de camunicacion* (4). Si se pone

---

Si al ajitar se forma espuma, debe eliminarse, despues de un prolongado reposo, añadiendo agua con precaucion hasta lograr que rebose i se vierta; operacion que conviene repetir varias veces.

Pueden tambien obtenerse líquidos turbios, con polvo ménos denso que el líquido claro en que se hallan suspendidos, que funcionan obedeciendo a la lei, como fluidos de inferior peso específico que éste. La disolucion casi saturada de nitrato sódico mezclada con polvo fino de resina copal, es un buen ejemplo de líquidos de esta especie, en la que no es fácil evitar la formacion de cierta cantidad de espuma.

Existe ademas el caso intermedio de un líquido enturbiado por partículas sólidas igualmente densas que él.

Los líquidos turbios deben ocupar solamente parte de la capacidad del frasco donde están contenidos para que sea fácil, por ajitacion, obtener una masa homojénea, al efectuar los esperimentos.

(4) El fotograbado es uno de los nuevos que aparecen en la tercera edicion de la obra de Física i Química por D. Eduardo Lozano, quien ha tenido la amabilidad de cederlo para esta publicacion.

Por un descuido del dibujante la escala cuyo cero debia de hallarse a la altura del eje del orificio de la llave, resulta con la numeracion algo corrida hácia la parte superior.

por ejemplo en uno de los vasos hasta la division 11 i agua enturbiada cuya densidad media sea 1'1, en el otro, hasta la division 10, i se abre la llave, el equilibrio subsiste. De modo que las alturas de un líquido turbio i del mismo líquido claro que se equilibra están en razon inversas de sus densidades; o lo que es lo mismo, los productos de la altura de cada líquido, claro o turbio, por su respectiva densidad son iguales. En efecto, con los números del ejemplo citado tendremos:

$$\text{Altura} \begin{cases} \text{del agua} = 11 \\ \text{del líq.}^{\circ}\ \text{t.}^{\circ} = 10 \end{cases} \qquad \text{Densidades} \begin{cases} \text{del agua} = 1 \\ \text{del líq.}^{a}\ \text{t.}^{\circ} = 1'1 \end{cases}$$

$$\text{Razones inversas} \ldots\ldots\ldots \frac{10}{11} = \frac{1}{1'1}$$

$$\text{Igualdad de productos} \ldots\ 10 \times 1'1 = 11 \times 1.$$

ESPERIMENTO CON EL DENSÍMETRO.—Para realizarlo, ademas de este aparato i la probeta correspondiente, de borde circular i *sin pico*, necesítase una cubeta en que se recojerá el líquido que ha de derramarse durante la operacion, i un índice metálico de referencia algo parecido al sosten en que se apoyan las pantallas de las bujías, que permite apreciar los grados sin necesidad de lectura directa.

Elíjase, por ejemplo, el líquido turbio cuya densidad media es 1'2. Despues de colocar en la probeta el índice de modo que su anillo diste del borde de ésta tanto como en el densímetro dista la marca 1'2 del estremo superior; se vierte el líquido turbio hasta que rebose abundantemente; e introduciendo entónces el densímetro con la debida precaucion, a fin de que sus oscilaciones sean pequeñas, se observará en los primeros momentos que su estremo se halla a la misma altura que el anillo del índice de referencia. (5)

---

(5) Puede hacerse tambien la demostracion con cualquier areómetro de Beaumé para líquidos mas densos que el agua, utilizando la tabla de corresponden-

Se ve, pues, que la resultante de las presiones que un líquido enturbiado por un polvo denso ejerce sobre un cuerpo flotante, es superior a la del líquido claro i está regulada segun la lei.

Otros dos esperimentos bien fáciles por cierto de efectuar, i que una vez preparados pueden repetirse cuantas veces se desee, sin trabajo alguno, confirman la lei enunciada. El primero de ellos, en que el enturbiamiento se logra, como en los anteriores, con un polvo mas denso que el líquido es interesante por la delicadeza que es susceptible i porque lo reproduciremos con los gases nebulosos. El segundo, su natural complemento, es el mejor que puede realizarse con polvos ménos densos que el líquido que enturbian.

ESPERIMENTO EN EL QUE UN CUERPO SUMERJIDO LLEGA A SER FLOTANTE.—Póngase un trozo de goma elástica natural, sin vulcanizar, ménos densa que el agua, en un frasco en donde se echa agua, i alcohol en proporcion suficiente para que la goma se sumerja, pero descendiendo con cierta lentitud, lo que se logra despues de algunos tanteos, añadiendo gotas de alcohol o de agua. Agréguese despues corta cantidad de un polvo denso, como sulfato bárico o amarillo de cromo, i se observará que la masa de goma se mantiene flotante miéntras dura el enturbiamiento, descendiendo cuando por el reposo se aclara el líquido.

ESPERIMENTO EN EL QUE UN CUERPO FLOTANTE SE SUMERJE HASTA EL FONDO.—Póngase en un frasco un trozo de asfalto o betun

---

cia entre los grados i las densidades, de la que estractamos los siguientes números, bastante aproximados.

Grados de Beaumé	Densidades de los líquidos
0	1
13	1'1
24	1'2
33	1'3
41	1'4
48	1'5

de Judea i una disolucion de nitrato sódico, de la conveniente concentracion, que se logra por tanteos, para que el peso del líquido desalojado sea escasamente superior al del sólido, lo que se conoce porque éste sobresale mui poco al quedar flotante o por la lentitud de su movimiento ascencional cuando se le ha sumerjido.

Si se agrega polvo de naftalina o de resina copal en la proporcion de 10 a 15 gramos por cada 100^{cc} de líquido, se ajita el frasco, el asfalto dejará de flotar i descenderá hasta el fondo, permaneciendo fijo miéntras subsista el enturbiamiento. (6).

LEI DE LOS GASES NEBULOSOS.—*Los hechos mecánicos comunes a líquidos i a gases se verifican tambien con los gases mezclados con partículas sólidas o líquidas, i pueden esplicarse i calcularse admitiendo una densidad media igual a la suma de las masas de las diversas sustancias mezcladas, dividida por la suma de los volúmenes de las mismas.*

ESPERIMENTO CON EL GLOBO AREOSTÁTICO I EL AIRE NEBULOSO, análogo a uno de los descritos i que prueba que la lei de los líquidos turbios se aplica a los gases i, por lo tanto, que es jeneral en la mecánica de los fluidos. Practícase en el interior de una vitrina o armario de cristales i de aluminio, de forma de prisma recto de base cuadrada, dividido en tres cámaras, la intermedia mayor que las de los estremos, como puede verse en la figura que representa una de las caras laterales. Entre la cámara superior

---

(6) En vez de conseguir la casi igualdad de las densidades del sólido i del líquido haciendo variar la composicion de éste, se puede lograr el mismo resultado preparando por tanteos masas sólidas con dos materias distintas. Una monedilla de un céntimo i 10 gramos de cera amarilla, forman un conjunto que desaloja un peso de agua casi igual al suyo, de modo que agregando o quitando corta porcion de cera se conseguirá que flote o se sumerja. Con dos manedas de a 2 céntimos (4 gramos de bronce) i los 10 gramos de cera, resulta una masa cuya densidad media se aproxima a la de la disolucion saturada de nitrato sódico.

i la que le sigue hai comunicacion. Entre la media i la inferior existe una puerta o trampa que al quedar abierta permite la libre circulacion del aire.

Comiénzase el esperimento separando la cámara superior i dejando caer hasta el compartimento inferior, que debe despues cerrarse, un globo de goma elástica de los que sirven de juguete a los niños, al que se ha quitado casi justamente la fuerza ascencional colgándole una tarjeta de cartulina, que se recorta lo necesario i que sirve de lastre. (7)

Quémase despues en la cámara superior, cuya cubierta es de aluminio, corta cantidad de fósforo, amorfo u ordinario, a razon de un gramo por cada veinte litros de aire, con lo que se producen espesas nebulosidades de anhídrido fosfórico que se difunden i descienden a la cámara intermedia.

Cuando la combustion ha terminado i se levanta la puerta de la cámara inferior, donde se halla el globo, cambia el medio que a éste rodea i la accion mecánica de las partículas solidas, que enturbian el aire, da por resultado la ascencion del aereostato. (8)

---

(7) Conviene reforzar el lastre agregándole un trocito de hilo de costura de unos cinco centímetros de largo, con lo cual hai la seguridad de que el globo pesa mas que igual volúmen de aire i se sabe aproximadamente el valor de la fuerza que le hace descender.

Como la humedad del aire influye en su peso específico, a fin de operar en condiciones tan constantes como sea posible, se ha debido desecar previamente el aire de las cámaras encerrando en ellas un vaso con claruro cálcico.

(8) Eliminada la humedad del aparato, el aire en él contenido sufre durante el esperimento, dos modificaciones: enrarecimiento, a causa de la elevacion de temperatura que se produce por la combustion, i disminucion de la densidad por alterarse la composicion, i quedar, aun mas predominante que en el aire libre, el nitrójeno que es ménos denso que el oxíjeno. Si a esto se añade que el globo pierde su fuerza ascencional, paulatinamente, por la difusion del hidrójeno i que se adhieren a su superficie algunas de las partículas sólidas, se com-

Al cabo de cortos minutos la niebla desciende lentamente i con ella el globo, confirmádose que su elevacion fué debida al entubiamiento del aire.

Barcelona i julio de 1893.

II

Cálculos relativos al esperimento con el globo aereostático i al aire nebuloso, tal como se ha descrito

DETERMINACION DE LA DENSIDAD MEDIA DE LOS GASES TURBIOS O NEBULOSOS.—Este problema, tan fácil de resolver respecto de los líquidos, exije particular atencion i prolijas esplicaciones tratándose de los fluidos aireformes, cuyo volúmen se aprecia directamente; pero cuyo peso se ha de averiguar empleando el cálculo, complicado por múltiples correcciones.

Prodúcese en la naturaleza el enturbiamiento del aire i de los gases por acciones mecánicas, como la del viento que levanta polvaredas i que es capaz del trasporte de las arenas i de la formacion de dunas; prodúcese por acciones físicas, como las que orijinan las nieblas i las nubes, i prodúcese por acciones químicas como la combustion i la combinacion en jeneral. A estas últimas hemos dado la preferencia en nuestros estudios esperimentales, por formarse, en virtud de ellas, partículas sólidas tan diminutas que, siendo su densidad algunos miles de veces mayor que la del medio en que se mueven, caen, sin embargo, con una velocidad millones de veces mas pequeñas que la que imprime la gravedad a los cuerpos que descienden en el vacío.

La combustion del fósforo, que orijina únicamente el anhídrido fosfórico, si el oxíjeno no escasea, es uno de los fenómenos

---

prenderá que el enturbiamiento es la única circunstancia favorable a la ascencion i que su potencia es superior al peso del lastre adicional i a todas las otras acciones contrarias reunidas.

con que mas sencillamente se produce el enturbiamiento del aire, acompañado de alteraciones fáciles de calcular en la composicion i volúmen del verdadero fluido en cuyo seno se hallan suspendidas las partículas sólidas. A este caso concretaremos nuestros cálculos que pueden servir de ejemplo para otros fenómenos parecidos.

Nos propondremos hallar la *densidad media* o sea el cociente de dividir la masa total por el total volúmen, i siguiendo la costumbre en las determinasiones de esta clase, averiguaremos, como se ha hecho tratándose de los líquidos, el *peso específico medio* con relacion al agua, o sea el cociente de la division del peso en gramos del gas, mas el del sólido que lo enturbia, por el de igual volúmen de agua o por el número de centímetros cúbicos del volúmen total; pues sabido es que, para el agua, peso i volúmen, tienen la misma espresion numérica en el sistema métrico decimal.

CÁLCULO DEL PESO ESPECÍFICO MEDIO DEL AIRE NEBULOSO POR LA COMBUSTION DEL FÓSFORO.—Tres son las principales modificaciones que esperimenta el aire contenido en la cámara por la combustion del fósforo: el enturbiamiento por el anhídrido fosfórico, la disminucion de su oxíjeno, que es sustituido por el aire que penetra por las junturas de las paredes, i la dilatacion por el aumento de temperatura, que hace salir cierta cantidad de aire al esterior.

Modificacion primera. Calcularemos el aumento de peso de un litro de aire por el enturbiamiento que produce lo combustion de $0.^{gr}05$ de fósforo, cantidad empleada en el esperimento descrito; pues si para 40 litros de aire se pusieron 2 grs. de fósforo, a 20 corresponde 1 gr., i a 1 litro corresponde $^1/_{20}$ de gramo o sean $0.^{gr}05$.

Las proporciones entre el peso del fósforo i el del oxíjeno necesario para su combustion completa resultan de la fórmula del anhídrido fosfórico $Ph_2O'_5$, en la que el peso atómico del

fósforo multiplicado por 2 se une con el del oxíjeno multiplicado por 5. Tendremos, por lo tanto, que $2 \times 31 = 62$ de Ph se combinan con $5 \times 16 = 80$ de O (1).

Fácilmente se deduce de la ecuacion

$$\frac{62}{80} = \frac{0{,}05}{x}$$

el valor de $x = \frac{4}{62} = \frac{2}{31} = 0^{gr}.0645$, cantidad de oxíjeno que se combina con los $0^{gr}.05$ de fósforo.

El anhídrido fosfórico *desleido* en cada litro de aire pesa

$$0^{gr}.05 + 0^{gr}.0645 = 0^{gr}.1145.$$

La segunda modificacion que sufre el peso de un litro de gas de la cámara es debida a la sustitucion de parte de su oxíjeno por el aire que penetra del esterior.

Mediante la siguiente ecuacion se calcula en centímetros cúbicos el volúmen y de los $0^{gr}.0645$ de oxíjeno, sabiendo que un litro de este gas pesa a 0^{o}, $1^{gr}.430$:

$$\frac{1.4300}{0.0645} = \frac{1000}{y}; y = \frac{64.5}{1.43} = 45 \text{ centímetros cúbicos.}$$

Mediante la siguiente ecuacion se averigua en gramos el peso z de los 45 cc. de aire, sabiendo que un litro pesa $1^{gr}.293$:

$$\frac{1000}{45} = \frac{1{,}293}{z};$$

de donde $z = \frac{1{,}293 \times 45}{1000} = 0^{gr}.0582$.

---

(1) En la fórmula por equivalentes Ph O_5 los resultados son como es sabido, idénticos.

La diferencia entre el peso del oxíjeno absorbido i el del aire que le sustituye $0^{gr}.0645 - 0^{gr}.0582 = 0^{gr}.0063$, espresa la disminucion de peso de un litro de fluido a causa del cambio químico que tiene lugar.

La modificacion tercera es debida al aumento de temperatura ocasionado por la combustion. Aunque gran parte del calor queda, durante los cortos minutos que dura el esperimento, en el cobertizo de carton de amianto o de aluminio i en las paredes de la cámara superior, hemos podido apreciar con el termómetro un aumento de 10 grados en la cámara intermedia, donde se verifica la ascension, i con arreglo a este dato esperimental calcularemos la disminucion, que por este concepto sufre, en su peso, un litro de gas (2).

Siendo 0'00367 el coeficiente de dilatacion del aire a presion constante, es decir, lo que por un grado de aumento en la temperatura aumenta la unidad de volúmen, resulta que los 1000 cc. de un litro se convierten, por cada grado, en 1000 cc. mas $3^{cc}.67$.

Como la capacidad de la cámara se puede considerar invariable, un litro de aire disminuye de peso mui aproximadamente, por cada grado, lo que pesan estos $3^{cc}.67$, cantidad que se calcula, en gramos por la siguiente ecuacion:

$$\frac{1000}{3,67} = \frac{1,293}{p}; p = \frac{3.67 \times 1,293}{1000} p = 0^{gr}.0046;$$ i la disminucion del peso de un litro por los diez grados de aumento de temperatura observados será diez veces mayor o $0.^{gr}046$.

Resulta, por lo tanto, que para tener el peso de un litro de aire contenido en la cámara, hai que añadir, al peso de un litro

(2) Sustituyendo el cristal superior del armario por una chapa de aluminio que se enfria durante el esperimento con una esponja humedecida, la oscilacion termométrica queda reducida a un grado en la cámara intermedia.

de aire seco a la temperatura i presion del local en que se opera —que se calcula por las fórmulas que enseña la física—el aumento de peso por el enturbiamiento, i restar la variacion de peso orijinada por el cambio de composicion juntamente con la variacion motivada por el aumento de temperatura.

Hai que añadir en el ejemplo elejido, 0^{gr}1 14 i restar 0.^{gr}006 i 0.^{gr}046. El aumento por litro es de 62 milígramos.

Conocido el peso de un litro se divide por el de igual volúmen de aire o por el de igual volúmen de agua i se tienen los pesos específicos medios con respecto a estas sustancias.

En todos estos cálculos, i para abreviar, hemos prescindido de cantidades evidentemente mínimas que influyen en los resultados ménos que los ineludibles errores de observacion, de peso i de medida que se cometen en todos los trabajos esperimentales i que se compensan en parte, pues unas veces modifican el resultado por adicion i otras por sustraccion. Así, no hemos tenido en cuenta el volúmen de las partículas sólidas, ni el del fósforo, ni el del lastre, ni lo que por el cambio de la temperatura, de la presion i de la humedad varía el peso de cortas porciones de gas (3).

CÁLCULO DE LA FUERZA ASCENSIONAL DEL GLOBO EN EL AIRE NEBULOSO.—Puesto que al comenzar el esperimento el globo se halla equilibrado en el aire, la fuerza ascensional, suponiendo que su volúmen es de un litro (1000 cc.), será aproximadamente el aumento de peso producido por el enturbiamiento, ménos la

---

(3) Prescindimos tambien de calcular la pequeña cantidad de anhidrido fosforoso: $Ph_2 O_3$ que se forma cuando el aire no abunda durante la combustion. Este compuesto es volátil i sublimable, pero sólido en las condiciones en que se opera. Como los o.gr 05 de fósforo tienen en un litro de aire mas de cuatro veces el oxíjeno necesario para su combustion completa, nula o mui pequeña ha de ser la cantidad de anhídrido fosforoso que se produzca.

variacion de peso orijinada por cambio de composicion del aire, ménos la variacion motivada por el aumento de temperatura (4).

En el ejemplo elejido: $1^{gr}.114 - 0^{gr}.006 - 0^{gr}.046 = 0^{gr}.062$.

Si el volúmen es mayor o menor que 1000 cc. se calculará la fuerza ascensional por una sencilla proporcion.

Suponiendo el globo esférico puede hacerse la determinacion de su volúmen midiendo su circunferencia máxima con una cinta i calculando el diámetro *d* o buscándolo en las tablas numéricas de la *Agenda du chimiste.* Conocido el diámetro por la fórmula $\frac{1}{6} \pi d^3$ se calcula el volúmen de una esfera (5).

---

(4) Llama la atencion el esperimento del globo, no solo porque el principio de Arquímedes resulta en él aplicado a un fluido, como el célebre jeómetra estableció; i a la vez a un sólido, segun las leyes nuevamente descubiertas, sino por la desproporcion entre las densidades del aire i del ácido fosfórico anhidro i en jeneral entre la de cualquier fluido aireforme i las de los materiales que lo enturbien.

(5) Las citadas tablas dan el valor de πd^2 de la superficie plana circular correspondiente al diámetro doble $2d$, valor que multiplicado por $\frac{d}{6}$ es el volúmen $\frac{1}{6}\pi d^3$ que se busca.

Pero mejor que el empleo, en cada caso, de tablas i cálculos es el uso de una curva parecida a la a las de solubilidad, que se construye por puntos, representando en el eje de abscisas los valores πd de las circunsferencias máximas, en unidades lineales; i en el eje de las ordenadas las correspondientes de $\frac{\pi d^3}{6}$ de los volúmenes de las esferas, en unidades cúbicas.

La curva, que es de tercer grado (Domenech), se presta bien a la determinacion, en centímetros cúbicos, del volúmen que los globos suelen tener, si se representa la unidad en el eje de las abscisas por una lonjitud 80 o 100 veces mayor que en el eje de las ordenadas.

Los cálculos para la determinacion de algunos puntos de la curva se hacen con brevedad utilizando las tablas i elijiendo diámetros cuya sesta parte sea un número entero o un entero acompañado de décimas solamente; o tambien, tomando como diámetro los números 10, 20, 30, etc., cuyas cubos tienen pocas cifras significativas, lo que facilita las multiplicaciones.

El trazado de la curva es un buen ejercicio práctico para los alumnos aventajados de las clases de jeometría o de física.

III

Fórmulas que espresan relaciones jenerales entre los pesos, volúmenes i densidades de dos sustancias mezcladas, i el peso, volúmen i densidad de la mezcla

Las fórmulas que vamos a presentar tienen muchas aplicaciones; pero como ocurre frecuentemente que a la vez que se mezclan dos o mas sustancias se verifican fenómenos de combinacion química i cambios de volúmen, no siempre se logra con el empleo del cálculo la exactitud deseada. Tratándose de líquidos turbios, o de mezclas de sólidos que no reaccionan entre sí, la exactitud es completa en teoría, i los errores dependen solo de las imperfecciones en la esperimentacion. Con las ecuaciones que siguen se evitan o se abrevian estraordinariamente las tanteos i se puede llegar a determinaciones, aunque indirectas, mui precisas de volúmenes i de densidades.

Sean P, V i D, P', V' i D' los pesos, los volúmenes i las densidades de dos sustancias i D'' la densidad de la mezcla.

De la definicion de densidad deriva la fórmula

$$d = \frac{p}{v} \text{ o } p = v \times d.$$

Aplicándola a la mezcla resultan:

$$P + P' = (V + V') \times D'' \qquad (A)$$

i

$$P + P' = V \times D + V' \times D' \qquad (B)$$

Espresando la igualdad de los segundos miembros se tiene; $VD'' + V'D'' = VD + V'D'$; o dejando solos en un miembro los términos que contienen V como factor: $VD - VD'' = V'D'' - V'D'$;

o

$$V\,(D - D'') = V'\,(D'' - D').$$

De la que se deduce: $\frac{V}{V'} = \frac{D'' - D'}{D - D''}$ (C)

Fórmula que puede traducirse en el siguiente enunciado, fácil de recordar:

Los volúmenes de dos sustancias que se unen constituyendo una mezcla están en razon inversa de las diferencias entre sus densidades i la densidad media del conjunto que resulta.

Esta fórmula i este enunciado son prácticos cuando se manejan sustancias líquidas, liquidos turbios o emulsiones, cuyo volúmen se determina fácilmente con una probeta graduada i cuya densidad puede hallarse por el areómetro o el densímetro. Pero si se emplea en la mezcla algun cuerpo sólido pulverulento cuya densidad se conoce—una especie química, por ejemplo—conviene saber la relacion entre los pesos i las densidades, prescindiendo de los volúmenes.

Dedúcese la fórmula de la (C) por sustitucion de V i V′ por sus valores $\frac{P}{D}$ i $\frac{P'}{D'}$, obtenidos mediante la aplicacion de la fórmula $d = \frac{p}{v}$:

$$\frac{\frac{P}{D}}{\frac{P'}{D'}} = \frac{D'-D''}{D'-D'} \qquad \text{o} \qquad \frac{P}{D} = \frac{P'}{D'} \times \frac{D'-D''}{D''-D}$$

o dejando en el primer miembro los pesos i en el segundo las densidades

$$\frac{P}{P'} = \frac{D}{D'} \times \frac{(D'-D'')}{(D-D)''} \qquad (E)$$

Fórmula que puede traducirse en el siguiente enunciado:

La razon de los pesos de las dos materias mezcladas es igual al producto de la razon de sus densidades, por la razon inversa de las diferencias entre éstas i la densidad media.

Como en algun caso práctico puede convenir relacionar el peso i densidad de una de las sustancias con el volúmen i den-

sidad de la otra, ponemos aquí la fórmula deducida de la (E) sustituyendo en ella P′ por su valor V′ D′, que resulta de la definicion $d = \frac{p}{v}$ de la densidad:

$$\frac{P}{V'D'} = \frac{D \times (D' - D'')}{D' \times (D'' - D)}$$

o multiplicando por D′ ambos miembros

$$\frac{P}{V} = \frac{D \times (D' - D'')}{(D'' - D)} \qquad (F)$$

Puede tambien necesitarse relacionar el peso i densidad de una sustancia con el peso i volúmen de otra i con la densidad media del conjunto.

Sustituyendo en (E) D′ por su valor $\frac{P'}{V'}$ se tiene la relacion de que se trata:

$$\frac{P}{P'} = \frac{D\left(\frac{P'}{V'} - D''\right)}{\frac{P'}{V'}(D'' - D)} \qquad (G)$$

Por último, puede convenir la relacion entre el peso i volúmen de una sustancia con el volúmen i densidad de la otra i con la densidad de la mezcla, Esprésase por la siguiente fórmula que resulta de sustituir en la (C) D por su valor $\frac{P}{V}$:

$$\frac{V}{V'} = \frac{D'' - D'}{\frac{P}{V} - D''} \qquad (H)$$

Muchos problemas prácticos se resuelven con las fórmulas anteriores. Citaremos, como ejemplos, los siguientes:

Averiguar el peso de una materia en polvo impalpable de densidad conocida que hai que añadir a determinado volúmen de agua para conseguir un líquido turbio de densidad media, que se fija, comprendida entre la del sólido i la del agua. (F)

Averiguar el volúmen del agua que hai que añadir a un volúmen de líquido turbio cuya densidad media es conocida para lograr una mezcla de cierta densidad inferior a la de aquél i superior a la unidad. (C)

Averiguar el peso de dos materias sólidas, parafina i minio, por ejemplo, de densidad conocida, que deben mezclarse para formar un conjunto cuya densidad sea igual a la del agua i que quede equilibrado en el interior de este líquido (E) (6).

---

(6) Puede averiguarse la densidad de pequeñas porciones de un sólido pesándolo en la balanza, uniéndolo por adherencia a otra materia de conocido peso i densidad, como la parafina, i preparando una solucion salina en la que el conjunto quede equilibrado. La densidad de la solucion puede ser conocida fácilmrnte hasta con cuatro cifras decimales, i mediante la aplicacion de la fórmula (E) queda determinada la densidad del sólido.