

# Abacos de puntos alineados

## Aplicación al concreto armado

Sea

$$(1) \quad y = a^n b^m$$

una fórmula que queremos traducir en un abaco. Suponemos  $m$  y  $n$  constantes;  $a$  una función de la variable  $x$ ,  $b$  una función de la variable  $z$ .

Aplicando logaritmos a la expresión (1) tenemos

$$\log y = n \log a + m \log b$$

Elegimos ahora tres ejes paralelos 1, 2, 3, y sobre ellos llevamos magnitudes proporcionales a  $\log a$ ,  $\frac{\log y}{m+n}$ ,  $\log b$  (fig. 1), pero teniendo cuidado de anotar sobre dichos ejes las cantidades  $x$ ,  $y$ ,  $z$  correspondientes. Sea  $d$  la distancia entre los ejes 1 y 3; entonces la distancia del eje 2 al eje 1 es dado por la fórmula

$$\delta = \frac{m d}{m + n}$$

Hecha la graduación conforme a lo indicado resulta que se puede resolver fácilmente la ecuación (1). En efecto los valores de  $x$ ,  $y$ ,  $z$  que satisfacen ecuación (1) quedan sobre una misma recta tal como  $AB$  que corta los tres ejes.

### APLICACIÓN AL CONCRETO ARMADO. CÁLCULO DE LOSAS DE SIMPLE ARMADURA

Todos conocemos las fórmulas que corresponden a la losa de simple armadura. Ellas son

$$2) \quad \frac{b x t}{2 R} = R f_c$$

$$3) \quad \frac{nt}{R} = \frac{x}{h'-x}$$

$$4) \quad t = \frac{2M}{x \left( h' - \frac{x}{3} \right)}$$

Suponemos el ancho de la losa igual a 1 metro. En estas fórmulas  $t$  y  $R$  son las fatigas del concreto y del fierro respectivamente,  $f_e$  la sección del fierro,  $h'$  la altura útil.

### 1.ª PARTE

De las fórmulas (2) y (3) se obtiene

$$4) \quad h' = \frac{2R}{t} \left( 1 + \frac{R}{nt} \right) f_e$$

de donde se deduce que la altura útil  $h'$  depende de la razón entre las fatigas  $\frac{R}{t}$  y de la sección del fierro  $f_e$ . Suponemos la razón entre los coeficientes de elasticidad

$$n_t = 15$$

Tomando logaritmos de (4)

$$\log h' = \log \frac{2R}{t} \left( 1 + \frac{R}{n_t t} \right) + \log f_e$$

que podemos escribir

$$2 \log \frac{t}{2R \left( 1 + \frac{R}{n_t t} \right)} + 2 \log h' = 2 \log f_e$$

Según lo dicho anteriormente, llevaremos sobre los ejes magnitudes proporcionales a

$$2 \log \frac{t}{2R \left( 1 + \frac{R}{n_t t} \right)}, \log f_e, \quad 2 \log h'$$

como se indica en la figura (2). La distancia entre los ejes es dada por la fórmula

$$\delta = \frac{m d}{m+n}$$

siendo en este caso

$$m = n = 1$$

luego

$$\delta = \frac{d}{2}$$

Para la graduación del eje central he copiado la graduación logarítmica de 12,5 cts. de una regla de cálculo Nestle N.º 11. Para el eje de la derecha hemos multiplicado por 2 las longitudes de dicha graduación; para el eje de la izquierda he utilizado la misma graduación, pero he calculado los  $\frac{t}{R}$  correspondientes que he anotado sobre dicho eje.

2.ª PARTE

De ecuaciones (3) y (4) se obtiene por eliminación de  $\chi$

$$h'^2 = \frac{6 \left(1 + \frac{R}{nt}\right)^2}{\left(2 + \frac{2R}{nt}\right)t} \cdot M$$

Haciendo

$$A = \frac{6 \left(1 + \frac{R}{nt}\right)^2}{\left(2 + \frac{3R}{nt}\right)t}$$

obtenemos

$$h'^2 = A M$$

de donde

$$2 \log h' + \log \frac{1}{A} = \log M$$

y obtenemos los resultados indicados en la fig. (3).

Se tiene en este caso

$$\delta = \frac{d}{2}$$

## 3.ª PARTE

Haciendo

$$B = \frac{6 \left(1 + \frac{R}{nt}\right)^2}{\left(2 + \frac{3R}{nt}\right)} \cdot \frac{R}{t}$$

obtenemos

$$AR = B$$

La cantidad B depende únicamente de la razón  $\frac{R}{t}$ . Se deduce entonces

$$\log \frac{1}{B} = \log \frac{1}{R} + \log \frac{1}{A}$$

que podremos escribir en la forma

$$\log \frac{1}{B} = \frac{2 \log \frac{1}{R}}{2} + \log \frac{1}{A}$$

y entonces obtenemos la fig. 4, siendo

$$\delta = \frac{d}{3}$$

Colocando ahora los tres abacos así calculados uno a continuación de otro, obtenemos la fig. 4. El 5.º eje no lleva graduación; se puede anotar si se juzga conveniente una graduación cualquiera que pueda servir de referencia.

Se deduce entonces que toda solución del problema de la losa de concreto armado de simple armadura queda en una poligonal tal como la ABCD cuyos vértices quedan siempre sobre los mismos ejes. (Fig. 5).

A sobre el eje de la razón entre las fatigas.

B sobre el eje de la altura útil de la losa.

C sobre el eje sin graduación.

D sobre el eje de la fatiga del fierro.

Debe observarse que la lectura en A debe ser igual a la lectura en el punto d.

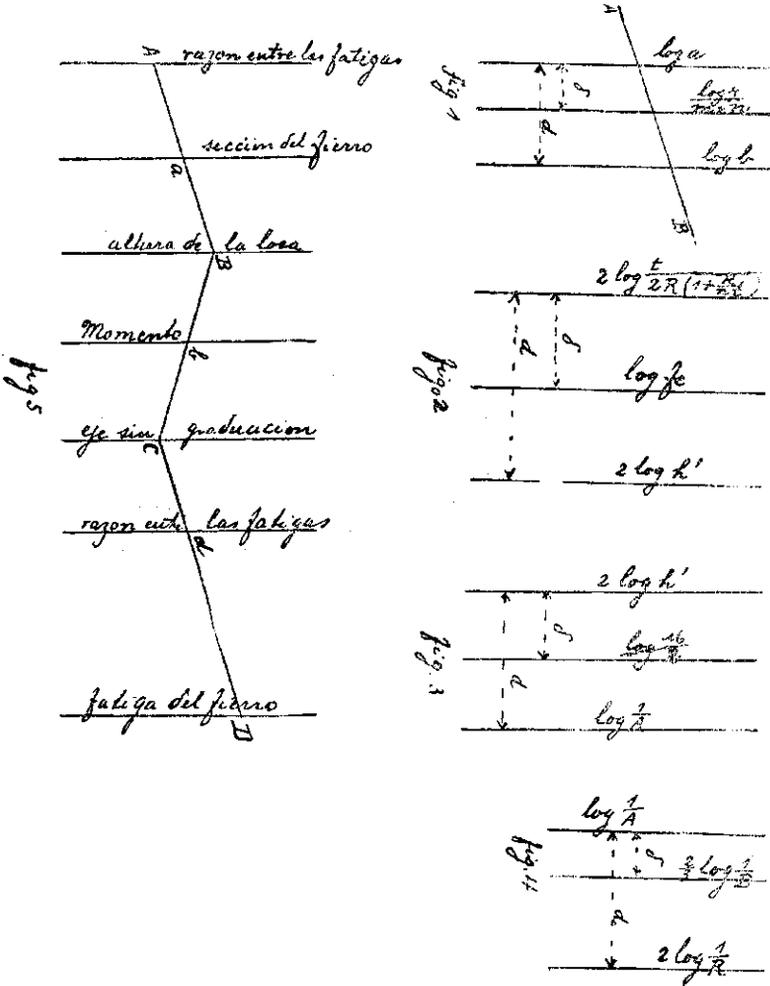
Ejemplo I. Calcular una losa para un momento M dado, siendo además conocidas las fatigas R y t del fierro y concreto (fig. 5).

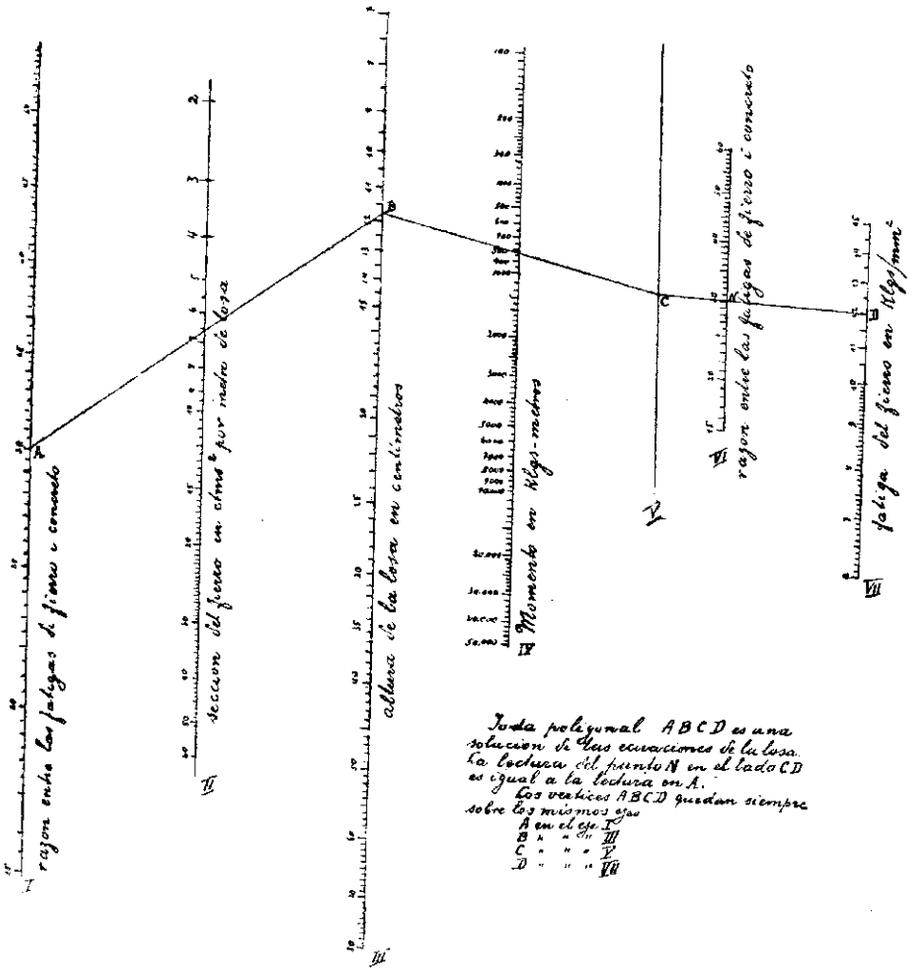
Se deduce de la figura 5 que los puntos D, d, A, b son conocidos. Prolongando la recta Dd obtenemos el punto C sobre el eje sin graduación; uniendo este

punto con b se obtiene B, es decir la altura de la losa, y uniendo finalmente B con A obtenemos la sección del hierro en a.

Ejemplo II. Verificar una losa dados  $h'$ ,  $fe$ ,  $M$ , es decir la altura útil, la sección del hierro y el momento.

Los puntos B, a, b son entonces conocidos. Uniendo a con B y prolongando la recta obtenemos en A la razón entre las fatigas. Uniendo B con b se obtiene el punto C sobre el eje sin graduación. El punto d es conocido puesto que hemos determinado ya la razón entre las fatigas; luego uniendo C con d obtenemos en D la fatiga del hierro.





Toda poligonal ABCD es una solución de las ecuaciones de la losa. La carga en el punto N en el lado CD es igual a la carga en A.  
 Los vértices ABCD quedan siempre sobre los mismos ejes  
 A en el eje I<sup>o</sup>  
 B " " II<sup>o</sup>  
 C " " III<sup>o</sup>  
 D " " IV<sup>o</sup>